

Exercice d'entraînement : Calculer les dérivées suivantes

Fonction f :	Justification	Résultat (des étapes sont sautées)
$f(x) = -4x^3 + 2x^2 - 3x + 1$	C'est une somme, on dérive les termes $-4x^3, 2x^2, 3x$ et 1 un par un en utilisant la table. On n'oublie pas les facteurs $-4, 2$ et 3 devant les variables.	$f'(x) = -12x^2 + 4x - 3$
$f(x) = \frac{3x^2 - 4x + 2}{2}$	Ce n'est pas un quotient u/v car le dénominateur est une constante. En fait, on peut aussi écrire : $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 2x + 1$	$f'(x) = 3x - 2$
$f(x) = (\sqrt{x} + 1) \times (x^2 - 2)$	C'est un produit $u v$ avec : $u = \sqrt{x} + 1$ donc $u' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $v = x^2 - 2$ donc $v' = 2x$	$f'(x) = \frac{x^2 - 2}{2\sqrt{x}} + (\sqrt{x} + 1)2x$ $f'(x) = 2x + 2x\sqrt{x} + \frac{x^2}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}}$
$f(x) = (2x - \sqrt{x}) \times (x + 4)$	C'est un produit $u v$ avec : $u = 2x - \sqrt{x}$ donc $u' = 2 - \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $v = x + 4$ donc $v' = 1$	$f'(x) = (2 - \frac{1}{2\sqrt{x}})(x + 4) + (2x - \sqrt{x})$ $f'(x) = 4x + 8 - \frac{(x + 4)}{2\sqrt{x}} - \sqrt{x}$
$f(x) = \frac{1}{2x - 1}$	C'est un quotient simple $1/v$ avec : $v = 2x - 1$ donc $v' = 2$	$f'(x) = \frac{-2}{(2x - 1)^2}$
$f(x) = \frac{2x - 1}{3x + 2}$	C'est un quotient u/v avec : $u = 2x - 1$ donc $u' = 2$ $v = 3x + 2$ donc $v' = 3$	$f'(x) = \frac{2(3x + 2) - (2x - 1)3}{(3x + 2)^2}$ $f'(x) = \frac{7}{(3x + 2)^2}$
$f(x) = \frac{3x^2 - 4x + 1}{2x - 3}$	C'est un quotient u/v avec : $u = 3x^2 - 4x + 1$ donc $u' = 6x - 4$ $v = 2x - 3$ donc $v' = 2$	$f'(x) = \frac{(6x - 4)(2x - 3) - (3x^2 - 4x + 1)2}{(2x - 3)^2}$ $f'(x) = \frac{2(3x^2 - 9x + 5)}{(3x + 2)^2}$
$f(x) = (5x^2 + 1)^2$	C'est une puissance de fonction u^n avec : $u = 5x^2 + 1$ donc $u' = 10x$ $n = 2$	$f'(x) = 20x(5x^2 + 1)$
$f(x) = (-2x - 1)^3$	C'est une puissance de fonction u^n avec : $u = -2x - 1$ donc $u' = -2$ $n = 3$	$f'(x) = -6(-2x - 1)^2$ $f'(x) = -6(2x + 1)^2$

Il existe des outils informatiques pour calculer les dérivées automatiquement. Ils permettent aussi de vérifier ses calculs et de s'entraîner. Par exemple : <http://calc101.com/webMathematica/derivees.jsp>

Exercice type : Déterminer une équation de la tangente $T: y = ax + b$, à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse x_0 dans les cas suivants :

$f(x) = 3x^2 - x + 1$ avec $x_0 = -1$	On calcule la dérivée : $f'(x) = 6x - 1$ $f'(x_0) = -7$ et $f(0) = -1$	L'équation de la tangente est : $y = f'(x_0)x + f(0)$ $y = -7x - 1$
--	--	---

Il est possible de vérifier que le résultat obtenu n'est pas faux en traçant la courbe et sa tangente.